



N° d'ordre :

UNIVERSITE DE M'SILA
FACULTE DES MATHÉMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de Magistère

Spécialité : Mathématique

Option : Analyse fonctionnelle et numérique

Par :

DJENAOUI MERIEM

SUJET

**LES OPERATEURS QUASI-MULTILINEAIRES ET
OPERATEURS SOMMANTS**

Soutenu publiquement le : 04/07/2011 devant le jury composé de :

Mr. DAHMANE. ACHOUR	MC(A) Université de M'sila	Président
Mr. LAHCEN. MEZRAG	Prof Université de M'sila	Rapporteur
Mr. KHALED. MELKMI	Prof Université de Biskra	Examineur
Mr. KHALIL. SAADI	MC(B) Université de M'sila	Examineur
Mr. A,ELMOMEN. TIAIBA	MC(B) Université de M'sila	Examineur

Promotion : 2007 /2008

REMERCIEMENTS

Mes premiers remerciements vont à Monsieur **L. MEZRAG** Professeur à l'Université de M'sila, qui m'a permis d'approcher le monde de la recherche en acceptant de diriger mon travail et m'a fait profiter de son expérience et de ses connaissances mathématiques et sa compétence scientifique, aussi pour sa gentillesse, sa bonne volonté, pour le temps précieux qu'il m'a consacré et ces guidances avisés. J'espère avoir à nouveau l'occasion de travailler avec lui.

Mes plus vifs remerciements s'adressent à Monsieur **D. ACHOUR** Maître de conférences à l'Université de M'sila, pour m'avoir fait l'honneur d'accepter de présider le jury de soutenance de ce mémoire et pour ses conseils qui m'ont été très utiles.

Je tiens aussi a remercier Monsieur **K. SAADI**, Maître de conférences à l'Université de M'sila, non seulement pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant d'être membre du jury mais aussi pour les conseils qu'il m'a donné.

J'exprime enfin mes remerciements aux honorables membres du jury de soutenance: Messieurs **K. MELKMI** de l'Université de Biskra, et **A. TIAIBA** de l'Université de M'sila.

Enfin je tiens aussi, à remercier mes camarades et mes amis, qui m'ont soutenu moralement et à toute personne, ayant participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

A toutes ces personnes j'exprime ma profonde reconnaissance.

DÉDICACE

Je dédie ce modeste travail :

•A titre exceptionnel à Allah qui m'a donné la force et la volonté pour pouvoir accomplir mon travail.

•A celui qui a attendu avec patience les fruits de sa bonne éducation et qui m'a encouragé tout au long de mon cursus d'étude avec ses prières et sa présence depuis mon enfance à nos jours, à toi mon aimable mère.

•A celui qui m'indique la bonne voie en me rappelant que la volonté fait toujours les grandes et grâce à lui, à vous, mon chère père, pour leur soutien et leur encouragement .

•A tous mes sœurs et frères, pour leur soutien et assistance.

•A tous mes amis pour leur encouragement, leur aide, et surtout pour les bons moments passés ensemble.

•A ceux que j'aime et ceux qui m'aiment .

•A nos frères de Palestine.

Dieu Merci.

Meriem.

Résumé

Dans ce mémoire on s'intéresse aux opérateurs quasi-multilinéaires et les opérateurs sommants. On étudie les opérateurs quasi-linéaires p -sommants puis on le généralisés aux opérateurs quasi-multilinéaires, on démontre quelques propriétés relatives à ce concept. On adaptera aussi les différents types des sommabilité aux opérateurs quasi-multilinéaires. Et on terminera par poser quelques questions relatives à ce travail.

Mots clés :

Espace de Riesz, Espace de Banach réticulé, opérateurs quasi-linéaires, opérateurs quasi-multilinéaires, théorème de domination de Pietsch, lemme de Ky-Fan, opérateurs p -sommants, Cohen fortement p -sommants, r -dominés, (r, r_1, \dots, r_m) -dominé.

Abstract

In this memoir, we start by recall forme properties concerning Riesz spaces, Dedekind spaces. We continue by study the quasi-linear operators. In the second part, we introduce the quasi-multilinear operators. We try to transfer quasi-linear properties to the quasi-multilinear case. We adapt also the different types of sommabilities to the quasi-multilinear operators. We end this memory by setting some questions.

Key words :

Space of Riesz, Banach lattice, quasi-linear operators, quasi-multilinear operators, Pietsch domination theorem, Ky-Fan lemma, p -summing operators, Cohen strongly multilinear operators, r -dominated operators, (r, r_1, \dots, r_m) -dominated operators.

الملخص بالعربية

في هذه المذكرة عالجتنا مسائل متعلقة بالمؤثرات الشبه الخطية و الشبه الخطية الجمعية بمختلف مفاهيمها، ثم قمنا بتعميم هذه المفاهيم من المؤثرات الشبه الخطية إلى المؤثرات المتعددة الشبه الخطية بكل أبعادها. كما عالجتنا الأنواع المختلفة للمؤثرات ال-P الجمعية المتعددة الشبه الخطية، إضافة إلى محاولة تطبيق نظرية التفكيك لبيتش. وفي الأخير كانت لنا عدة استنتاجات.

Table des matières

0.1	Introduction	3
1	Les espaces de Riesz	6
1.1	Espaces de Riesz	6
1.2	Idéaux et bandes	12
1.3	L'espace de Riesz archimédien et mode de convergence	19
1.4	Espace de Riesz normé	21
1.5	Les opérateurs dans les espaces de Riesz	22
2	Les opérateurs quasi-linéaires	25
2.1	Espaces quasi-Banach lattice	25
2.2	Les opérateurs non linéaires	27
2.2.1	Les opérateurs sous linéaires	27
2.2.2	Les opérateurs quasi-linéaires	28
2.3	Propriétés essentielles	30
2.4	Relation entre les opérateurs linéaires et les opérateurs quasi-linéaires . .	35
3	Les opérateurs quasi-linéaires p-sommants	40
3.1	Introduction	40
3.2	Définitions et propriétés	41
3.3	Extension du théorème de Pietsch aux opérateurs quasi-linéaires	46
3.4	Relation entre $\pi_p(T)$ et $\pi_p(u)$ pour u dans $\nabla T $	50

4	Les opérateurs multiquasilineaires	54
4.1	Les opérateurs multilineaires	55
4.2	Les opérateurs multisouslineaires	55
4.3	Les opérateurs multiquasilineaires	57
4.4	Relation entre les opérateurs m -lineaires et m -quasilineaires	60
5	Les différents types d'opérateurs m-quasilineaires sommants	67
5.1	Introduction	67
5.2	Notations	67
5.3	Les opérateurs multiquasilineaires Cohen fortement p -sommants	70
5.4	Les opérateurs m -quasilineaires r -dominés	75
5.4.1	Les opérateurs m -quasilineaires (r, r_1, \dots, r_m) -dominé	76
5.5	Comparison avec le cas m -linéaire	80
5.6	Quelques résultats	83
6	Conclusion	86